

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**-Etapa locală****7 februarie 2026****Subiecte clasa a IX-a****Subiectul I (21p)**

1. Fie $n, k \in \mathbb{N}^*$, triunghiul OAB cu $OA = n \cdot OB$ și punctele M și N pe latura AB (M între A și N), cu proprietatea că $\frac{AM}{MN} = \frac{MN}{NB} = k$. Determinați k și n știind că mediana corespunzătoare laturii MN din triunghiul OMN coincide cu bisectoarea $\angle AOB$ din triunghiul OAB.

G.M.**Subiectul II (21p)**

2. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x^2 + [x]^2 + \{x\}^2 = 2$.

G.M.**Subiectul III (21P)**

3. Fie a, b, c numere strict pozitive. Arătați că

$$\frac{a}{a^2+bc} + \frac{b}{b^2+ac} + \frac{c}{c^2+ab} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

Subiectul IV (21p)

4. În patrulaterul ABCD, fie O intersecția diagonalelor, iar M, P, Q pe (BD), (AB) respectiv (DC), astfel încât $\frac{BM}{MD} = 4$, $\frac{AP}{PB} = 3$, $\frac{DQ}{QC} = \frac{5}{3}$. Dacă $AM \parallel OQ \parallel CP$, arătați că ABCD este paralelogram.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 16 puncte din oficiu

Timp de lucru 3 ore.